Solutions des exercices du cahier de vacances.

1. Le second degré

1.1. a) $\Delta = 36 - 4(-1)(-10) = -4 < 0$ $\quad S = \phi$

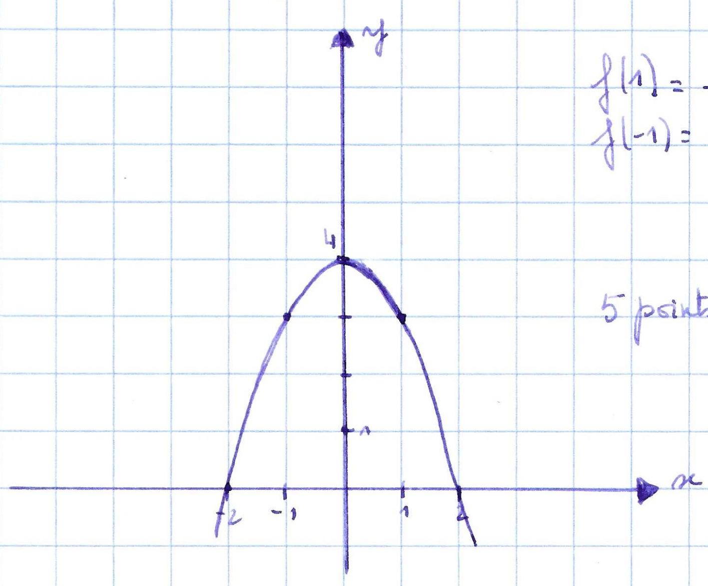
b) $\Delta = 16 - 4(1)(-21) = 100$

$\frac{-4 \pm 10}{2} \begin{cases} 3 \\ -7 \end{cases}$ $\quad S = \{-7, 3\}$

c) $\Delta = 36 - 4(9)(1) = 0$ $\quad S = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$ $\quad S = \{-\frac{1}{3}\}$

1.2. a) $f(x) = -x^2 + 4$

- racines : $-x^2 + 4 = 0$ $\quad x = \pm 2$
  $-x^2 = -4$ $\quad$ passe par $(-2, 0)$ et
  $x^2 = 4$ $\quad (2, 0)$
- sommet : $\left(-\frac{b}{2a} ; f(-\frac{b}{2a})\right) = (0, 4)$ $\quad$ (maximum)
- concavité : comme $a = -1 < 0$, $\cap$ $\downarrow$
- ordonnée à l'origine : 4 (= sommet)

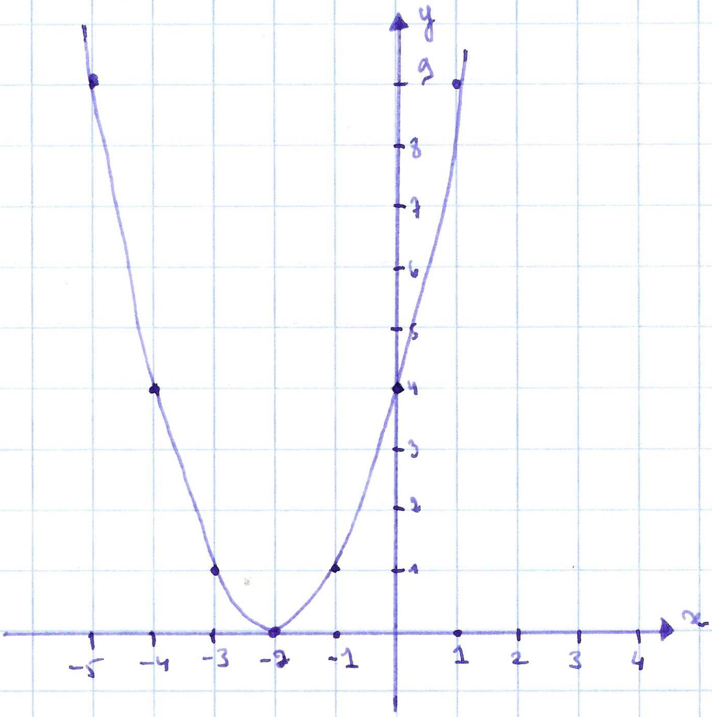


$f(1) = -(1)^2 + 4 = 3$

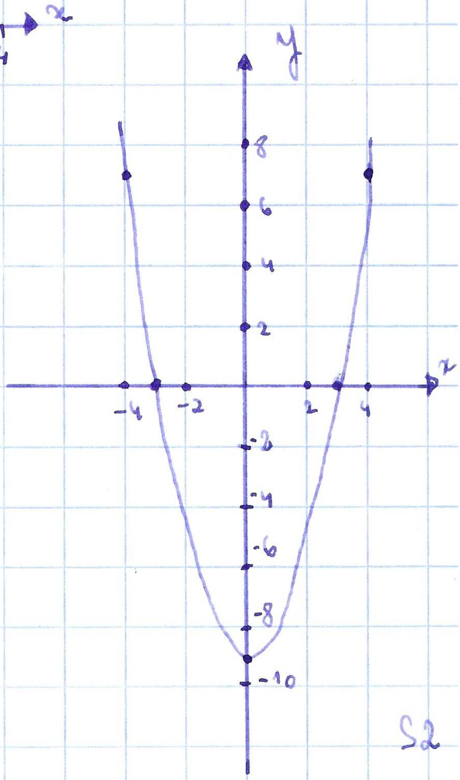
$f(-1) = -(-1)^2 + 4 = 3$

5 points minimum !

b) • Sommet = racine = $(-2, 0)$, c'est un minimum
• ordonnée à l'origine $= 4$
• concavité ∪ car $a = 1 > 0$
• $f(-1) = 1 = f(-3)$
• $f(1) = 9 = f(-5)$



c) • racines : 3 et -3
$f(x) = (x-3)(x+3) = x^2 - 9$
• concavité ∪
• ordonné à l'origine : -9
• sommet : $(0; -9)$
• $f(4) = 7 = f(-4)$



S2

3. a) $f_1(x) = 8x^2+8x+2$

racines : $2(4x^2+4x+1)=0$

$\Delta = 16-4(4)(1) = 0$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$

une seule racine $\Leftrightarrow$ tjs le signe de a sauf pour la racine où c'est 0.

x		$-1/2$	
$f(x)$	$+$	0	$+$

b) $f_2(x) = 2x^2-3x+2$

racines : $2x^2-3x+2=0$

$\Delta = 9-4(2)(2) = -7 < 0$

pas de racine $\Leftrightarrow$ tjs le signe de a

x			
$f(x)$	$+$	$+$	$+$

c) $f_3(x) = -x^2-3x+10$

$\Delta = 9-4(-1)(10) = 49$

$\frac{3 \pm 7}{-2} \left\langle \begin{array}{l} -5 \\ 2 \end{array} \right.$

concavité $\cap$ car $a<0$

signe de a à l'extérieur, signe contraire de a à l'intérieur.

x		-5		2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$f_3(-7)$ est avant -5, il est $\ominus$

$f_3(1/2)$ est entre -5 et 2, il est $\oplus$

$f_3(148)$ est après 2, il est $\ominus$.

1.4. a) $5x^2 + 7x + 1 > -4x^2 + 5x - 3$

$5x^2 + 4x^2 + 7x - 5x + 1 + 3 > 0$

$9x^2 + 2x + 4 > 0$

racines : $\Delta = 4 - 4(9)(4) < 0$ $\Rightarrow$ pas de sol

$\Rightarrow$ tjs le signe de a

$\Rightarrow$ tjs +

$S = \phi$

b) $\dfrac{x^2+1}{x^2+2x-8} = 0$

C.E: $x^2 + 2x - 8 \neq 0$

$\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36$

$\dfrac{-2 \pm 6}{2}$ → 2, -4 $\quad x \neq -4$ et $x \neq 2$

$x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$ impossible! $S = \phi$

c) $\dfrac{-3x^2 + x - 7}{(1-x)\,(x^2+2x+1)} \leq 0$

num : $\Delta = 1 - 4(-3)(-7) < 0$

pas de sol, tjs ⊖

dén 1 : $1 - x$

$-x = -1$

$x = 1$

dén 2 : $(x+1)^2$

$x = -1$

x		-1		1		
num	−	−	−	−	−	
dén 1	+	+	+	0	−	→ 1er degré
dén 2	+	0	+	+	+	→ 2ème degré
$f(x)$	⊖	/	⊖	/	+	

$S =]-\infty, -1[\cup]-1, 1[$

S4