Cahier d'exercices supplémentaires de math : 4$^{\text{ème}}$ secondaire

Institut Saint-André Ramegnies-Chin

Tu trouveras dans ce cahier des exercices supplémentaires pour chaque chapitre. Tu peux les faire à tout moment, tu peux facilement les insérer dans ton cours avec tes devoirs et tes interrogations ou les faire dans un cahier à part. Ton professeur est toujours à ta disposition pour les corriger. Pour réussir cette année, il est vivement conseillé d'en faire régulièrement !!!

<u>Table des matières :</u>

Bon travail !

Equations et inéquations du deuxième degré

1. Résous et vérifie par la formule de la somme et du produit, si c'est possible :

a) $x^2-5x+6=0$

b) $x^2-5x+4=0$

c) $x^2+9x+14=0$

d) $x^2 - 4 = x + 2$

e) $(x-3)^2-2(x-1) = 0$

f) $(3x-1)(1-2x)-(x+1)^2 =0$

g) $-40x^2+200x-250=0$

h) $9x^2+24x+16=0$

i) $9x^2+4=12x$

j) $(9x-4)^2=5x^2$

2. Simplifie les fractions suivantes après avoir posé les CE :

a) $\frac{2x^2+9x-5}{3x^2+22x+21}$

b) $\frac{x^2-4}{x^2+6x-16}$

c) $\frac{3x^3-x^2-4x}{3x-4}$

3. Résous les équations fractionnaires suivantes sans oublier les CE :

a) $\frac{2}{x-1}-\frac{3x}{x+1}=1$

b) $\frac{3x-1}{x-2}+\frac{2x-1}{x+1}=\frac{1}{x^2-x-2}$

c) $\frac{8x-3}{x+3}-2x=4-\frac{3x^2}{x+3}$

d) $2x-\frac{x}{(x-1)}=x+1$

e) $\frac{(x+3)}{(x+2)}-\frac{(x+2)}{(x+3)}=\frac{(x^2-75)}{(x^2+5x+6)}$

f) $\frac{3x^2-13}{x-3}-\frac{3x^2+3}{x+1}=\frac{8x^2-12x+4}{x^2-2x-3}$

4. Résous les inéquations suivantes :

a) $25\ x^2 > 49$

b) $x^2 - \frac{x}{2} \geq x+1$

c) $-5x(x-2) \geq 0$

d) $(x^2+x+1)\ x > 0$

e) $(x^2-9)(x^2-8x+12) <0$

f) $(x^2+x-1)(x^2-16) > 0$

g) $(x-2)(4-x) \leq 0$

h) $-4x^2 + 4x < 1$

i) $x^2-7x > -10$

j) $16x > 25\ x$

5. Résous les inéquations fractionnaires suivantes :

a) $\frac{x-1}{x+2}\rangle\frac{x+1}{x-2}$

b) $\frac{2x-1}{x+2}-\frac{1}{x}\leq 1$

c) $3\leq\frac{2-x}{x+2}$

d) $\frac{-5x(x-2)}{25-x^2}<0$

e) $\frac{x-3}{2-x}<0$

f) $\frac{2x(25x^2-16)}{(4x^2-1)(-x^2+6x-9)}\leq 0$

6. Quelles sont les dimensions d'un rectangle dont on connaît le périmètre 8 et l'aire 3 ?

7. Trouve 2 nombres consécutifs dont la somme des carrés égale 841.

8. Jean rêve d'acheter l'ensemble de la collection des Tintérix. Chaque livre coûte le même prix et le prix total de la collection est de 600 euros. Si chaque livre coûte 10 euros de plus, il serait privé de 2 livres pour la même somme. Combien y a-t-il de livres dans la collection ?

Les fonctions du deuxième degré

1. Pour chaque fonction, détermine les caractéristiques suivantes :

   a) la coordonnée du sommet
   b) l'axe de symétrie
   c) les racines
   d) l'ordonnée à l'origine
   e) le tableau de variation
   f) la concavité

   $f_1(x) = 4 - x^2+3x$

   $f_2(x) = -(x+2)^2+3$

   $f_3(x) = x^2 - 4 - x - 2$

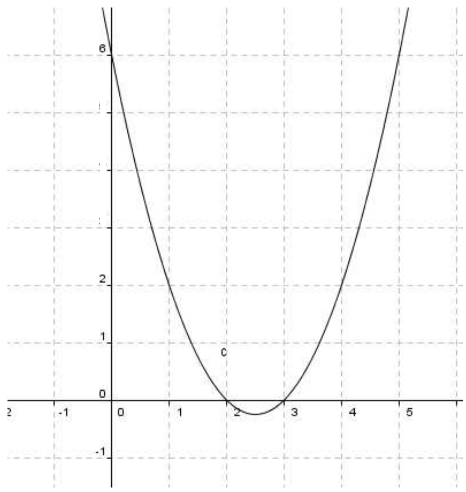
   Et résous $f(x) > 0$

2. Parmi les paraboles d'équation $f(x) = \mathbf{m}x^2+4x+2(\mathbf{m}-1)$, détermine le paramètre réel **m** pour que
   a) l'abscisse du sommet égale 8
   b) la parabole passe par le point (3,2)

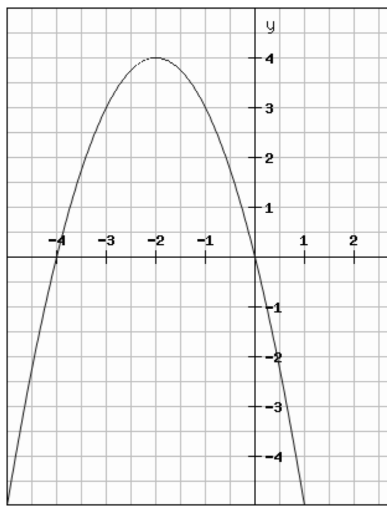
3. Parmi les paraboles d'équation $f(x) = -\mathbf{r}x^2+3x+2\mathbf{r}$, détermine le paramètre réel **r** pour que
   a) l'abscisse du sommet égale 3
   b) la parabole passe par le point (-1,2)

4. Observe les graphes ci-dessous.
   Pour chacun d'entre eux, repère les différentes caractéristiques pour trouver l'équation de la fonction. Justifie ta réponse, note ton raisonnement.

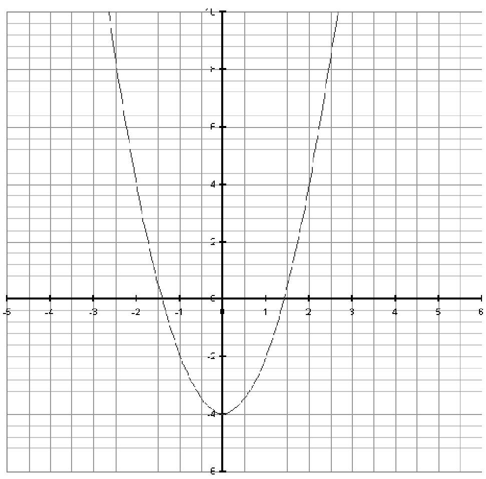
a)



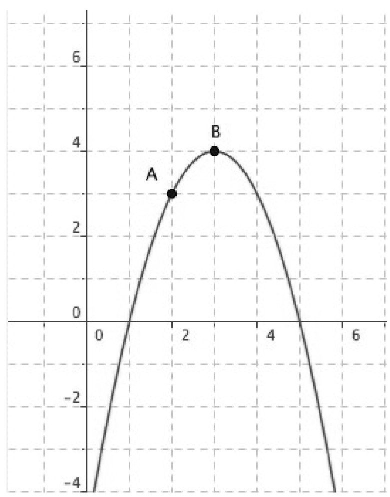
b)



c)



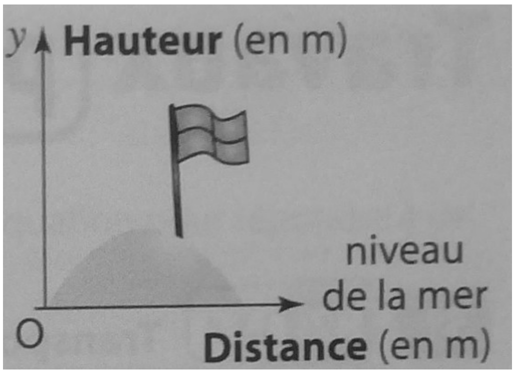
d)



5. Un grand magasin dispose d'un stock important d'un certain article. Le prix de vente étant de 30 € pièce, 100 articles sont vendus par semaine. Le gérant observe que, à chaque baisse de 1 € par article, il vend 10 articles de plus par semaine.
   Quel prix conseilles-tu d'appliquer pour que le chiffre d'affaires hebdomadaire pour cet article soit maximal?

6. Durant l'été, des enfants se sont lancés le défi d'aller planter un drapeau sur une dune à au moins 200m au-dessus du niveau de mer.
   Dans le repère ci-contre,
   le profil de la dune est donné par l'équation:

   $$y = -\frac{1}{1600}x^2 + x$$

   a) Explique pourquoi l'objectif est atteint en plantant le drapeau en un point d'abscisse x qui vérifie l'inéquation : $-\frac{1}{1600}x^2 + x - 200 \geqslant 0$

   b) Détermine les abscisses des points où le drapeau peut être planté.

7. La formule $h(t) = 128t - 16t^2$ donne la hauteur (en mètres) d'un objet au-dessus du sol au temps t (donné en secondes).
   a) Combien de temps mettra l'objet pour atteindre la hauteur maximale ?
   b) Quelle sera la hauteur maximale atteinte par l'objet ?
   c) Combien de temps mettra l'objet pour toucher à nouveau le sol ?
   d) Combien de temps mettra l'objet pour atteindre une hauteur de 192 mètres ? Pourquoi y a-t-il deux solutions ?

8. Trouve l'équation de la parabole s de sommet (1,3) et traverse l'axe Y en (0,4).

9. La parabole P a pour équation $y = \frac{x^2}{2} - 4x + \frac{33}{4}$.

   a) Calcule son sommet, son axe de symétrie et ses racines.
   b) Représente la parabole P sur un repère, explique comment tu procèdes.

Radicaux

1. Simplifie sans calculatrice

$\sqrt{50}, \sqrt{164}, \sqrt{128}, \sqrt{245}, \sqrt{1452}, \sqrt{14/35}$

2. A l'aide de la calculatrice, calcule les expressions suivantes.

1/ $\sqrt[3]{17}$ 2/ $\sqrt[3]{\frac{1}{29}}$ 3/ $\sqrt[5]{-\frac{211}{7}}$

4/ $\sqrt[3]{47+\frac{12}{7}}$ 5/ $\sqrt[5]{(2+\frac{1}{3}).42}$

6/ $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \sqrt[5]{\frac{17}{9}}\right)^2$

7/ $\sqrt{\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{20}}$

3. Pose les CE

1/ $\sqrt{a^5}$

2/ $\sqrt{y^6}$

3/ $\sqrt{y^9}$

4/ $\dfrac{5}{\sqrt{m^4}}$

5/ $\dfrac{x^2}{\sqrt{x^3}}$

6/ $\sqrt{x.y}$

7/ $\sqrt{18ab^4}$

8/ $\sqrt{(x+2)^2}$

9/ $\sqrt{6-5x}$

10/ $\sqrt{(a^2-4).(a-2)}$

11/ $\sqrt{\dfrac{-a}{b}}$

12/ $\sqrt{\dfrac{x}{x^2-6x+9}}$

13/ $\dfrac{5}{\sqrt{1-2x}}$

14/ $\sqrt{1-2x}$

15/ $\dfrac{5}{1-2x}$

16/ $\dfrac{1-2x}{5}$

17/ $\sqrt{\dfrac{5}{1-2x}}$

18/ $x.\sqrt{2x-1}$

4. Simplifie après avoir posé les CE

1/ $\sqrt{a^3}$

2/ $\sqrt{81a}$

3/ $\sqrt{a^3b^2}$

4/ $\sqrt{x^7y^5z^2}$

5/ $\sqrt{\dfrac{27a^9z}{72a^2z^5}}$

6/ $\sqrt{-x^2y^3}$

7/ $\sqrt{4a^{2n}b^5}$

8/ $\sqrt{(z^2-25).(z-5)}$

9/ $\sqrt{a^2-2a+1}$

10/ $\dfrac{1}{\sqrt{4a^2+4a+1}}$

11/ $\dfrac{a}{\sqrt{a^2}}$

5. Calcule, sans l'aide de la calculatrice, et en ne laissant pas d'exposant dans les réponses.

1/ $\sqrt[3]{27}$

2/ $\sqrt[3]{27^{-6}}$

3/ $\sqrt[3]{-27}$

4/ $-\sqrt[3]{-27}$

5/ $\sqrt[3]{8^{-1}}$

6/ $\sqrt[3]{0.008}$

7/ $\sqrt[3]{0.001}$

6. Ecris sous forme de radicaux

1 / $a^{1/2}$ 2 / $a^{-3/2}$ 3 / $a^{2/3}$ 4 / $a^{-3/2}$ 5 / $2^{1/3}$ 6 / $-2^{1/3}$

7 / $-2^{-4/3}$ 8 / $3^{1/2}$ 9 / $5^{3/2}$ 10 / $(3/7)^{-1/2}$ 11 / $-(3/7)^{-1/2}$

12 / $(16/25)^{-1/2}$ 13 / $(27/8)^{-1/3}$

7. Calcule sans calculatrice et sans laisser d'exposants négatifs dans la réponse.

1 / $4^{1/2}$ 2 / $25^{-1/2}$ 3 / $64^{3/2}$ 4 / $125^{-1/3}$

5 / $121^{-1/2}$ 6 / $49^{-1/2}$ 7 / $8^{-1/3}$ 8 / $(4/9)^{-1/2}$

9 / $(-x^3)^{-1/3}$ 10 / $2^{7/2}$ 11 / $-\sqrt[3]{729}$ 12 / $\sqrt[3]{-729}$

13 / $\sqrt[3]{729}$ 14 / $\sqrt[3]{729^{-1}}$ 15 / $49^{1/2}$ 16 / $27^{2/3}$

17 / $4^{3/2}$ 18 / $0.01^{-1/2}$ 19 / $64^{-1/3}$ 20 / $(125/81)^{-1/3}$

8. Effectue en utilisant les exposants fractionnaires.
   Donne la réponse sous forme de radical.

   1/ $\sqrt{x^3}.\sqrt[3]{x^2}$

   2/ $\sqrt[3]{7}.\sqrt{7}$

   3/ $(\sqrt[3]{5^2}.\sqrt[4]{5^3})^2$

   4/ $\dfrac{\sqrt{2^5}.\sqrt{2^3}}{\sqrt[3]{2^3.3^3}}$

   5/ $\sqrt{8}.\sqrt[3]{8}$

   6/ $\sqrt[3]{27}.\sqrt{9}$

9. Ecris sous forme d'une puissance de a.
   Donne ensuite une réponse sans exposant négatif, ni fractionnaire.

   1/ $a^{1/2}a$

   2/ $a1^{/3}a^{1/2}$

   3/ $a^{5/3}a^{1/3}a^{-1}$

   4/ $(a^2)^{2/3}$

   5/ $(a^{1/3})^{-3}$

   6/ $(\dfrac{a}{4})^{1/2}\ \dfrac{2}{a}$

   7/ $\dfrac{(a^{-1})^{-2}}{(a^2)^3a^{-1}}$

Trigonométrie

Degrés - radians

1. A l'aide de la calculatrice**, convertis**

   a) 4,225 ° = … ° … ' … ''

   b) 127°12' =………..radians (à $\dfrac{1}{100}$ près)

   c) 2,654 radians = …………° (en degrés décimaux à 0,001 près)

2. Exprime en radians les angles α, β et γ d'un triangle sachant que $\alpha = 72°$ et $\beta = 18°$.

Angles - Arcs - secteurs circulaires

3. Calcule la longueur d'un arc de cercle de rayon 4 cm et d'angle au centre α :

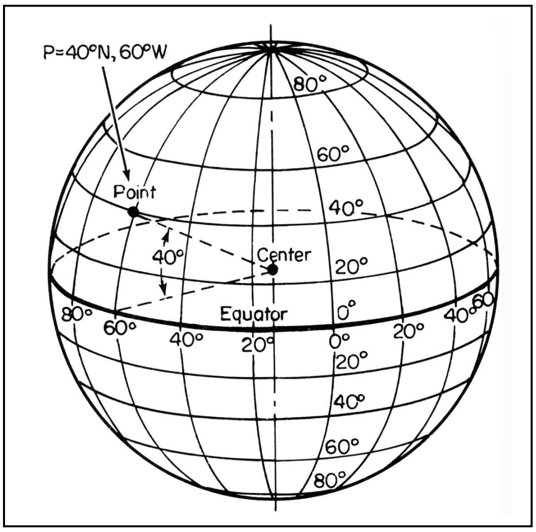
   a) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ rad b) $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$ rad c) $\alpha = 36°$

4. Calcule la longueur de l'arc intercepté par un angle de 0,42 radian inscrit dans un cercle de 27 cm de rayon.
   Calcule l'aire du secteur circulaire.

5. Calcule l'aire d'un secteur circulaire de 47° découpé dans un disque de 15 cm de rayon.

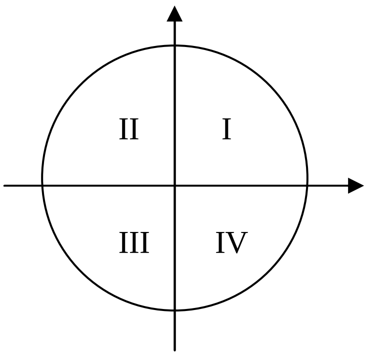
6. Calcule le rayon du cercle tel qu'un angle au centre de 1,2 rad intercepte un secteur circulaire de 43 cm².

7. Les villes de Saint-Denis (île de la Réunion) et de Victoria (Seychelles) sont situées sur le même méridien avec pour latitudes respectives 20,52° Sud et 4,38° Sud.
   Calcule la distance entre ces 2 villes suivant le méridien (la longueur totale du méridien est de 40.000 Km).



Cercle trigonométrique

8. Le cercle trigonométrique est partagé en quatre quadrants numérotés comme le montre le dessin. Indique le quadrant dans lequel se trouve le point correspondant à l'angle orienté dont on donne une amplitude :



120°   330° $\frac{\pi}{4}$

-135°   240° $\frac{7\pi}{4}$

9. Dans chacun des cas suivants, dis si x et y sont des mesures en radians d'un même angle orienté ou non :

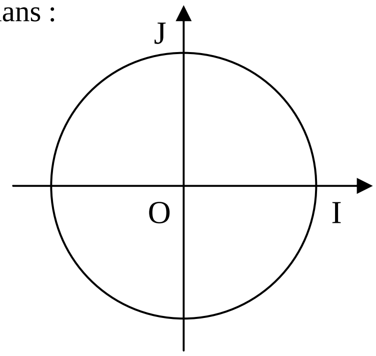
a) $x = \frac{\pi}{2}$ et $y = -\frac{3\pi}{2}$

b) $x = \frac{2\pi}{3}$ et $y = -\frac{\pi}{3}$

c) $x = -\frac{5\pi}{4}$ et $y = \frac{3\pi}{4}$

d) $x = -\frac{5\pi}{12}$ et $y = \frac{43\pi}{12}$

10. Place, sur le cercle trigonométrique, les points associés aux angles dont on donne une amplitude en radians :



$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$

Valeurs remarquables

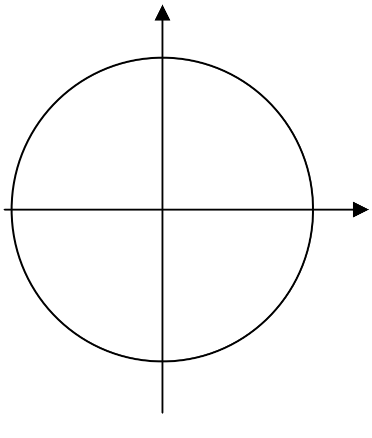
11. Sans utiliser la calculatrice, détermine les nombres trigonométriques demandés en respectant les étapes suivantes :
   1° dessine l'angle et indique les nombres trigonométriques;
   2° associe, à cet angle, un angle du 1° quadrant qui fait partie des angles remarquables;
   3° compare les nombres trigonométriques de ces angles et déduis-en les valeurs demandées.

α = 330 °

sin 330 ° =

cos 330° =

tan 330° =

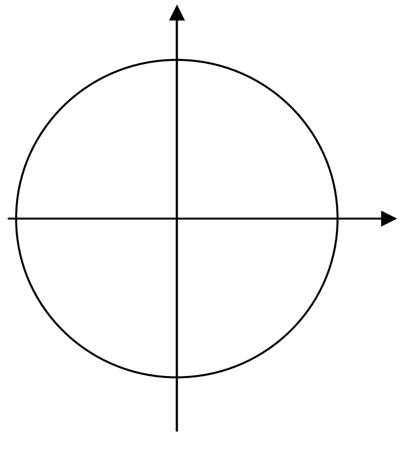


α = 240°

sin 240° =

cos 240° =

cot 240° =

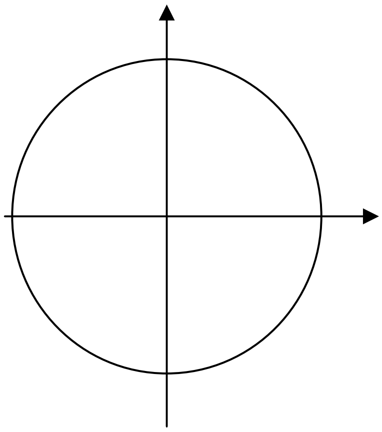


$\alpha = \frac{3\pi}{4}$

$\sin \frac{3\pi}{4} =$

$\cos \frac{3\pi}{4} =$

$\cot \frac{3\pi}{4} =$

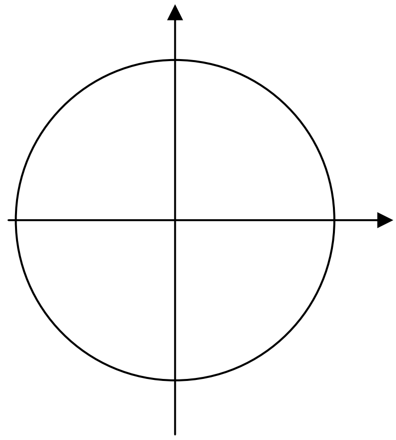


$\alpha = \frac{5\pi}{3}$

$\sin \frac{5\pi}{3} =$

$\cos \frac{5\pi}{3} =$

$\tan \frac{5\pi}{3} =$



12. On donne l'un des nombres trigonométriques de α, ainsi que son quadrant. Calcule les autres nombres trigonométriques sans rechercher l'angle α (sans calculatrice):

a) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ et $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

b) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ et $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

c) $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ *et* $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

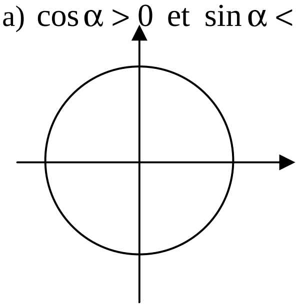
d) $\cot\alpha = -\frac{24}{7}$ *et* $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

e) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ et $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

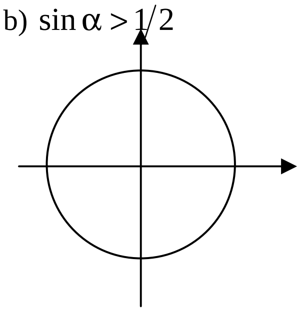
f) $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

13. Représente les points du cercle trigonométrique correspondants aux angles α tels que

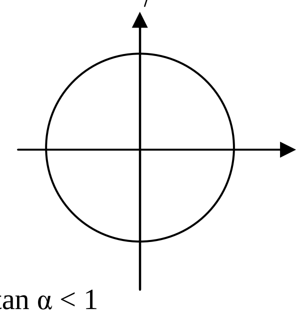
a) $\cos\alpha > 0$ et $\sin\alpha < 0$



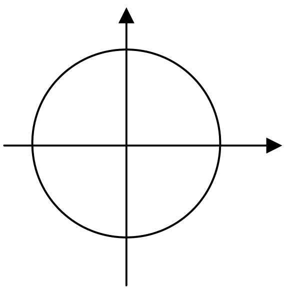
b) $\sin\alpha > 1/2$



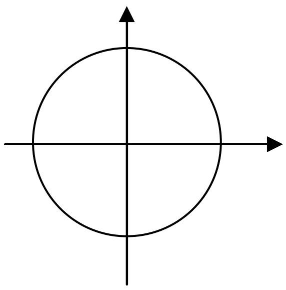
c) $\cos\alpha < -1/2$ et $\sin\alpha < 0$



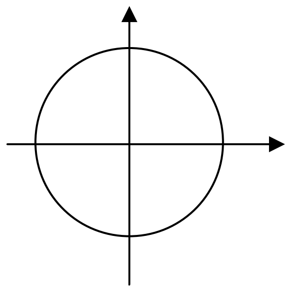
d) $\cos \alpha > 0{,}5$



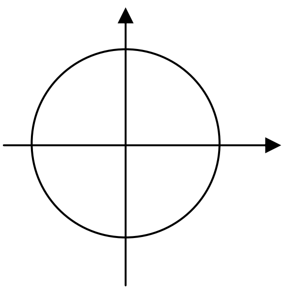
e) $\sin \alpha < -0{,}5$



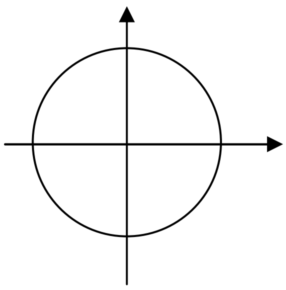
f) $0 < \tan \alpha < 1$



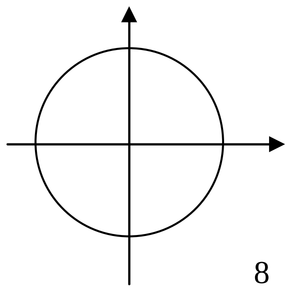
g) $\cos \alpha < 0$ et $\sin \alpha > \frac{\sqrt{2}}{2}$



h) $\cos \alpha < -0{,}5$ et $\sin \alpha > 0$



i) $\tan \alpha < 0$ et $\cot \alpha > 1$



Angles associés

14. Pour chacun des angles suivants, calcule une amplitude de l'opposé, du supplémentaire, de l'anti-supplémentaire, du complémentaire.

	opposé	supplémentaire	Anti-supplémentaire	complémentaire
α (degrés)				
α (radians)				
60°				
120°				
300°				
$\frac{\pi}{4}$				
$\frac{7\pi}{6}$				

15. Indique si les relations trigonométriques suivantes sont correctes ou non. Lorsque c'est faux, corrige…

a) $\sin 60° = \sin 120°$

b) $\sin 60° = \sin 300°$

c) $\cot \frac{2\pi}{5} = \cot \frac{7\pi}{5}$

d) $\cos \frac{-4\pi}{3} = \cos \frac{5\pi}{3}$

e) $\cos 30° = \cos 210°$

f) $\tan \frac{\pi}{4} = \tan \frac{3\pi}{4}$

g) $\cos 20° = \cos 110°$

h) $\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$

16. Sans utiliser la calculatrice, détermine les nombres suivants en utilisant les angles associés et les valeurs remarquables. Aide-toi éventuellement d'un dessin.

a) sin 225°=　　b) cos(- 45°) =　　c) tg 120° =

d) sin(-60°) =　　e) cos (7π/6) =　　f) cos 330°=

g) sin (-5π/4) =　　h) cos 240° =　　i) tg (7π/4) =

j) cos 135°=　　k) sin (5π/4)=　　l) sin (–240°) =

17. Exprime en fonction d'un nombre trigonométrique de x les nombres suivants :

a) cos(540° - x)　　b) cot(7π - x)　　c) sin(x + π/2)　　d) $\cos(9\pi/2 - x)$　　e) tan(270° + x)

Equations trigonométriques

18. Résous les équations suivantes en t'aidant du tableau des valeurs remarquables et donne S et SP.
Place les solutions sur le cercle trigonométrique.

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7\right)$

b) $\cos x = 0,5$

c) $\tan x = -1$

d) $2 \sin x - 1 = 0$

e) $\cos x = -1$

f) $\cot x = \sqrt{3}$ $(\sqrt{3} \cong 1,7)$

g) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,9\right)$

h) $3 \tan x + \sqrt{3} = 0$

i) $\sin x = \sin \frac{\pi}{5}$

19. Résous les équations suivantes (***solutions en radians arrondies à 10^{-2} prés)*** en t'aidant de la calculatrice et donne S et SP.
Place les solutions sur le cercle trigonométrique. Convertis les solutions en DMS.

a) $\sin x = 0,7$

b) $\cos x = -0,2$

c) $\tan x = 1,5$

d) $\cot x = -0.5$

e) $4. \sin x - 1 = 0$

f) $\cos x = -2$

g) $\sin x = 0,35$

h) $\cos x = 0,74$

i) $\cot x = 2,45$

j) $3 \sin x = 0$

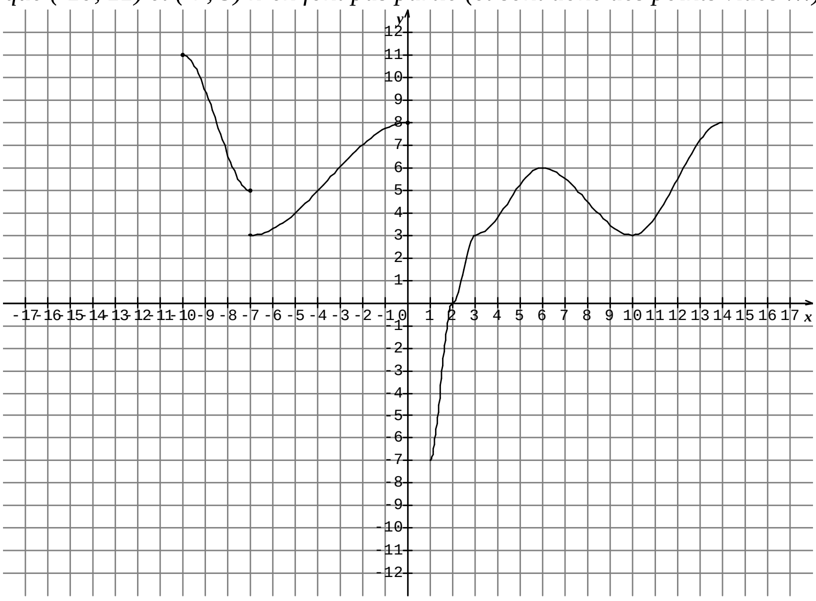
k) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

l) $\tan x = \tan \pi/5$

Fonctions

1. Voici le graphe cartésien de la fonction f.

Attention, complète le dessin en sachant que les points (-7, 5), (0, 8), (1, -7) et (14, 8) sont des points du graphe, tandis que (-10, 11) et (-7, 3) n'en font pas partie (et sont donc des points vides !!!).



Lis-y les renseignements suivants:

a) domf =

b) Im f =

c) racine(s) de f :

d) f (3) =

e) ensemble des antécédents de 3:

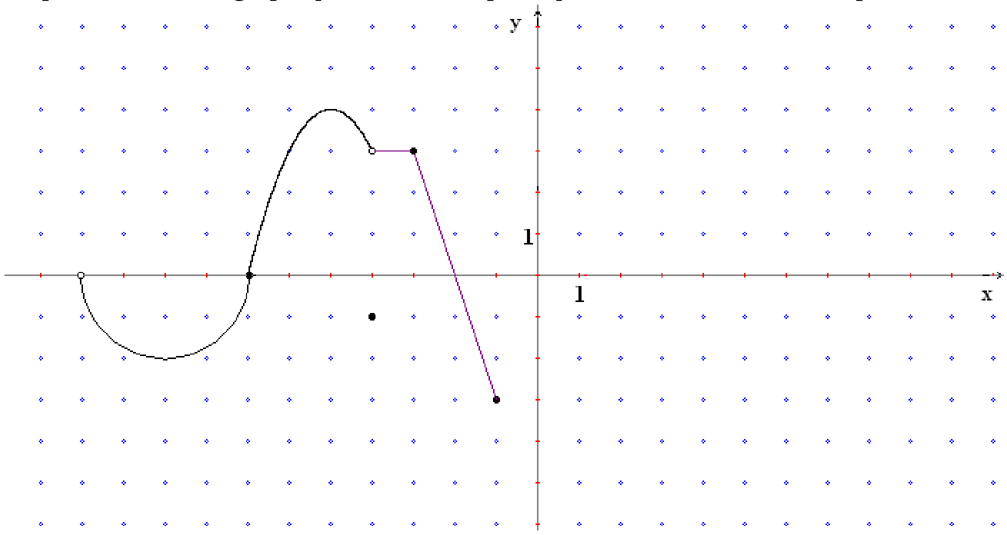
f) un intervalle sur lequel f croît strictement:

g) le(s) maximum(s):

le(s) minimum(s):

h) l'ensemble des réels dont l'image par f est strictement négative

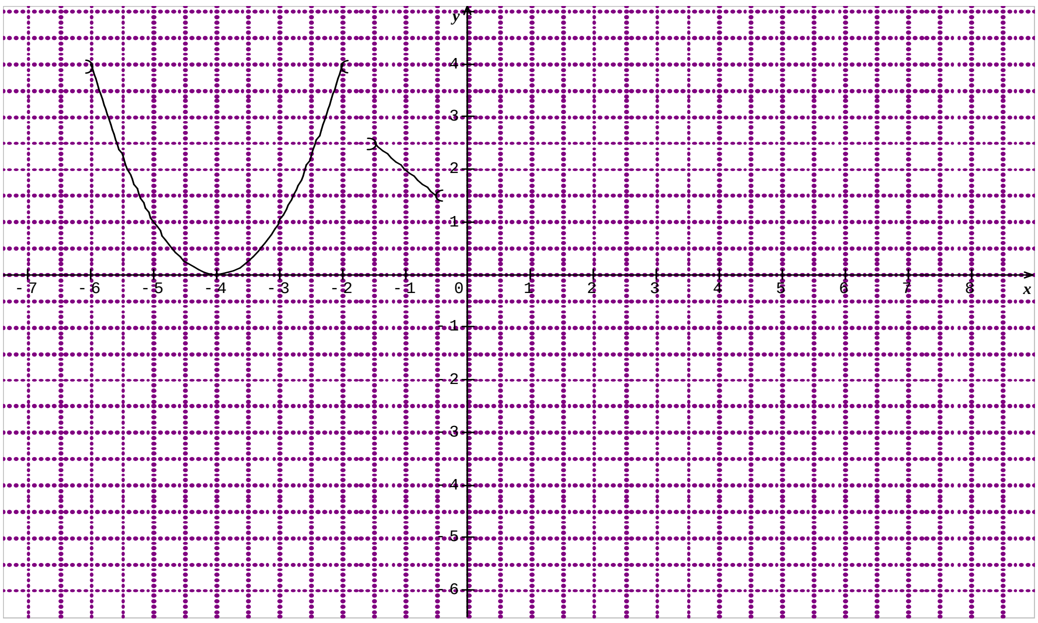
2. Complète en noir le graphique ci-dessous pour que la fonction f ainsi représentée soit impaire.



- Complète ensuite :
  Dom f =
  Ensemble des racines de f =
  Ensemble des antécédents de 3 =
  Ensemble des réels ayant une image strictement positive =
  f(-6) = ; ordonnée à l'origine:
  Un intervalle sur lequel f est strictement décroissante :
  Le maximum global de f :
  Le minimum global de f :

- Trace en vert le graphe de f(x)+2.
- Trace en bleu le graphe de f(2x).

3. Complète le graphique ci-dessous pour que la fonction f ainsi représentée soit paire.



Complète ensuite :
Dom f =
Ensemble des racines de f =
Ensemble des réels ayant une image strictement positive =
f(-3) = f(-2)=
Un intervalle sur lequel f est strictement décroissante :

4. a) Trace le graphe d'une fonction impaire, dont une racine est –2, dont le maximum est 3, dont le domaine est [-5, +5]. (peu importe si tu ne connais pas son équation et ce ne doit pas forcément être une fonction associée d'une fonction de référence !!!)

   b) Trace le graphe d'une fonction périodique de période 4, telle que $f(x)=x^2-2$ pour tout x appartenant à [-2, +2].

5. Détermine le domaine et la (les) racines des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{(x-3)\ (x+2)}$ b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-9}{x^2-8x+12}}$

$d)\ f(x) = \sqrt{-x+1}$ $e)\ f(x) = \cos(3x)$ $f)\ f(x) = {}^{1}\!/_{\tan x}$ $g)\ f(x) = \dfrac{2}{x-2}+3$

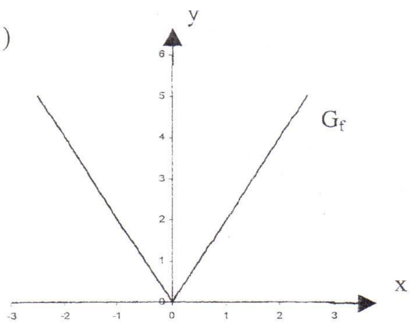
h) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{5-2x}}$ i) $f(x)= \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{-x.(2x^2+2x-12)}}$ j) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{2x+4}$

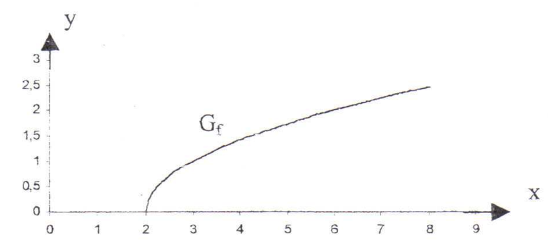
6. Détermine la parité des fonctions suivantes :

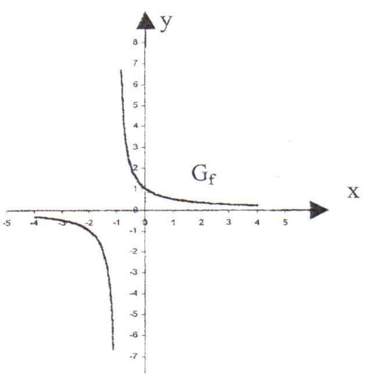
$a)\ f(x) = \dfrac{1}{2}x^2+2$ $b)\ f(x) = \dfrac{x^2-\cos(3x)}{x}$ $c)\ f(x) = 3\ (1-x^2)\sin(2x)$ d) $f(x) = \dfrac{x^3-x}{3}$

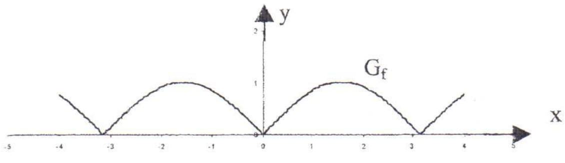
$e)\ f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^3-3x}$ $f)\ f(x) = \dfrac{\cos(2x)-x^2}{\sin x}$ $g)\ f(x) = \tan(2x)$ $h)\ f(x) = \dfrac{x^3-x}{3x}$

7. Observe les graphes ci-dessous. Trouve la fonction de référence, puis la ou les manipulations appliquées et donne l'équation des fonctions

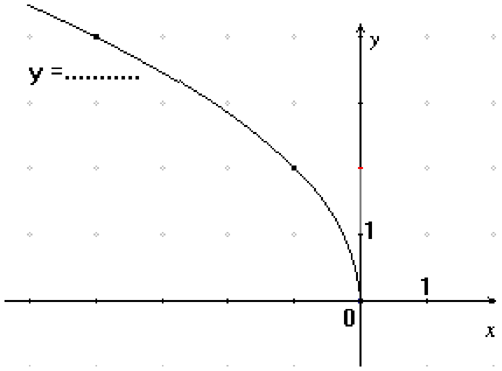
1)


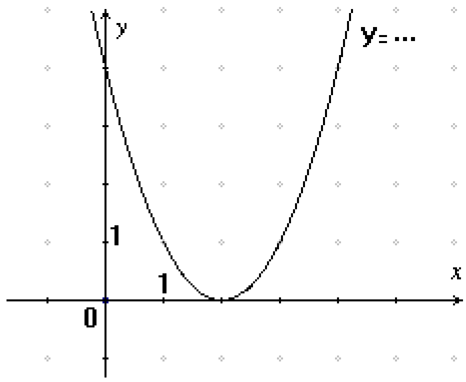
2)


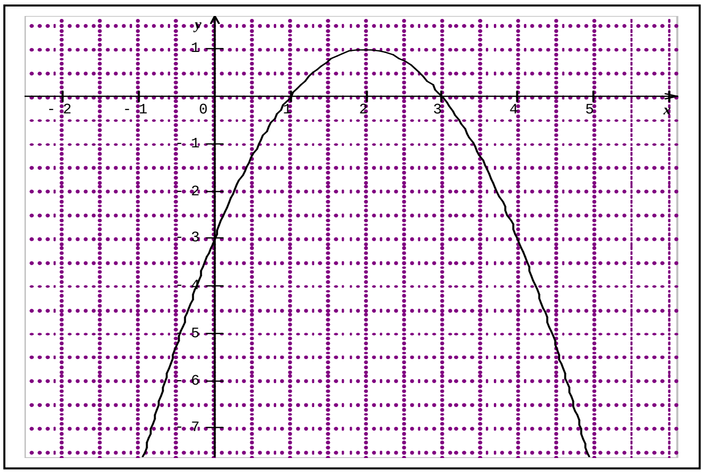
3)


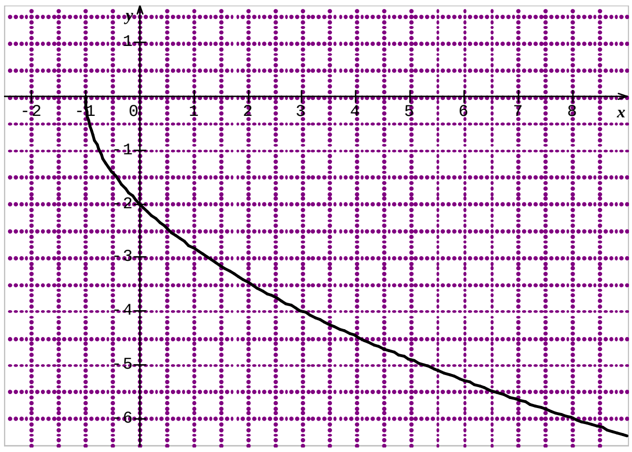
4)


8. Sachant que chacun des graphes suivants a été obtenu par manipulation(s) des graphiques des fonctions usuelles, écris une équation de chacun d'eux.









9. Soit la fonction g(x) = sin (4x).

   a) De quelle fonction de référence g(x) est-elle issue ?
   b) Quel est le domaine de g(x) ?
   c) Détermine la parité de g(x). Explique.
   d) Quelle est la période de cette fonction g(x) ? Explique.
   e) Trouve l'intervalle pour que l'étude graphique de la fonction de fasse de la manière la plus économique possible. Explique.

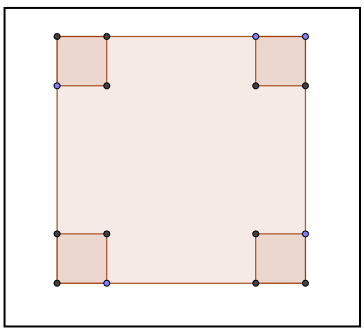
10. Une plaque métallique carrée a un côté de 25 cm. Après avoir ôté "les coins" comme indiqué sur le dessin, on plie cette plaque afin d'obtenir une boîte sans couvercle.

    a) Quelles sont les contraintes sur x?

    b) Que vaut l'aire de la plaque sans les "coins" si x= 2 cm?
    Que vaut l'aire de la plaque sans les "coins" si x= 3 cm?
    Déduis-en l'expression analytique de A(x): l'aire de la plaque sans les "coins".

    c) Que vaut le volume de la boîte obtenue si x= 2cm?
    Que vaut le volume de la boîte obtenue si x= 3cm?
    Déduis-en l'expression analytique de v(x): le volume de la boîte.

    d) Donne 4 points du graphe des fonctions A(x) et V(x)?



11. Un fabricant de tables possède un stock de 800 tables qu'il souhaite liquider au plus vite.
Pour toute commande jusqu'à 400 tables, le prix est de 656 euros pièce. Pour une commande de plus de 400 tables, il réduit le prix de 1 euro par table.
Exemple : si un client lui commande 402 tables, il paiera 653 euros par table.

a) Complète le tableau des valeurs suivant :

x: nombre de tables commandées	**0**	**50**	**100**	**200**	**300**	**400**
f(x) = montant de la facture pour ces x tables						

b) Déduis-en l'expression analytique de la fonction f qui désigne le montant de la facture pour ces x tables achetées si x [0, 400]. De quel degré est cette fonction?

c) Trace le graphe de f(x) sans oublié de légender les axes.

d) Pour une commande de plus de 400 tables, **complète** le tableau ci-dessous.

nombre de tables commandées	**400**	**450**	**500**	**550**
montant de la facture pour ces tables				

e) Place ces points dans le même repère que ci-dessus.

f) Justifie que le montant de la facture pour une commande d'au moins 400 tables est déterminé par la fonction g(x) = $-x^2 + 256x - 262\,400$ où x désigne le nombre de tables au-dessus de 400.

g) Pour quel nombre de tables le montant de la facture est-il maximal ? Quel est alors le montant de la facture

12. Reprends le graphe de la fonction de référence adéquate, puis, grâce aux manipulations, trace le graphe des fonctions suivantes

$$a(x)=3\sqrt{x};\ b(x)=\sqrt{2x+4};\ c(x)=|x|-2;\ d(x)=\frac{1}{2}|x|;\ e(x)=\frac{2}{x+1};$$

$$f(x)=\left|\frac{1}{x-1}+3\right|;\ \ g(x)=|\cos x|-2;\ \ h(x)=\tan(2x);\ i(x)=\sin x-\pi/2;$$

$$j(x)=-\sqrt{2x+1};\ k(x)=(x-3)^3;\ l(x)=\sqrt[3]{8x}$$

Relations trigonométriques dans le triangle quelconque

1. Soit le triangle quelconque ABC. Complète le tableau suivant :

A	b	c	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
5m	4m	3m			
	8m	12m	47°		
		13m		67°	43°
8m	5m				60°
10m				30°	45°

2. Calcule la surface du triangle quelconque ABC connaissant les renseignements suivants :

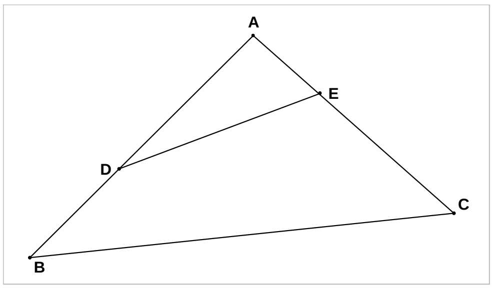
$\hat{A} = \frac{\pi}{3}\ rad\ ; b = 10\ ; c = 20.$

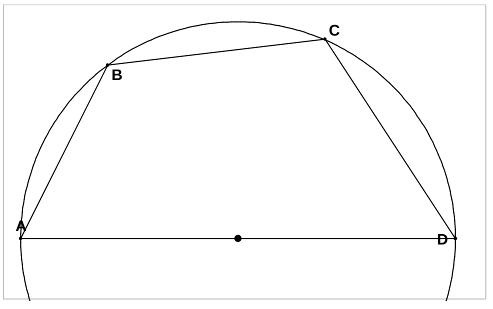
3. Deux observateurs distants sur le plan horizontal de 1 km voient en même temps un objet volant sous des angles de 53° et 44° dans un plan vertical passant par la base d'observation.
   Calcule l'altitude de l'objet volant.

4. Un parallélogramme ABCD a ses diagonales qui mesurent 42m et 51m. Celles-ci forment un angle de 62°. Détermine les longueurs des côtés et les amplitudes des angles du parallélogramme.

5. Calcule l'aire, au centième près, du triangle ABC si on t'informe que a = 8cm ; b = 11 cm et $\hat{C} = 34{,}7°$

6. Calcule le rapport entre l'aire du triangle ABC et celle du triangle ADE sachant que
   $\overline{AD} = 12;\ \overline{AE} = 8;\ \overline{EC} = 10$ et $\overline{DB} = 4$

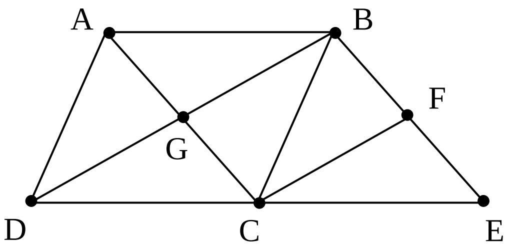




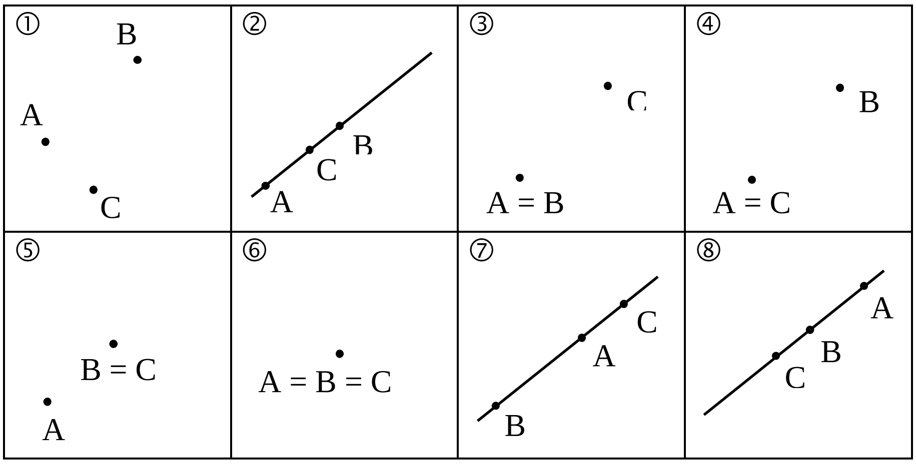
7. Le quadrilatère ABCD est inscrit dans un demi-cercle.
   On connaît $\overline{BC} = 8;\ \overline{CD} = 12\ et\ \widehat{BCD} = 130°$.
   Calcule, au dixième près, le rayon du cercle.

8. Soit un triangle MNP dont l'aire est de 4 cm², dont les côtés [MN] et [MP] mesurent 4 cm chacun.
   Calcule les amplitudes des angles et la longueur du troisième côté.

1. On donne le parallélogramme ABCD et le triangle BEC. De plus BE // AC et CF // DB
   Trouve tous les vecteurs égaux :



2. Place le point X de telle manière que $\vec{AB} = \vec{CX}$

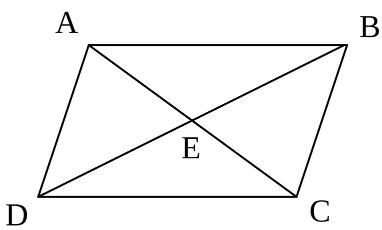


3. Le triangle ABC est donné et les points M et N sont tels que $\vec{MC} = \vec{AB}$ et $\vec{NB} = \vec{BC}$.
   Quelle est la nature du quadrilatère AMBN ? Justifie ta réponse.

4. Tracer un triangle OAB isocèle de sommet O et construire les points M et N vérifiant $\vec{OM} = \vec{AO}$ et $\vec{ON} = \vec{BO}$. Caractérise le quadrilatère ABMN.

5. Dans un repère, on donne les points : A(-4,3) B(-1,-2) C(5,1). Calcule la coordonnée de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

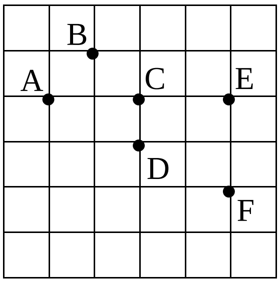
6. On donne le parallélogramme ABCD et ses diagonales qui se coupent en E :

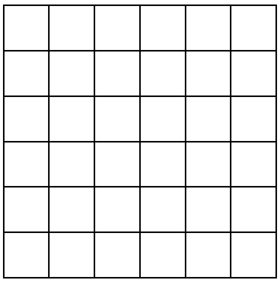


Recherche le vecteur dont la somme vaut :

1) $\vec{AE} + \vec{EC} =$	4) $\vec{AE} + \vec{CE} =$	7) $\vec{EC} + \vec{DE} =$
2) $\vec{AC} + \vec{CE} =$	5) $\vec{CD} + \vec{AB} =$	8) $\vec{AB} + \vec{ED} =$
3) $\vec{AE} + \vec{ED} =$	6) $\vec{EB} + \vec{CE} =$	

7. On donne les points A, B, …, F. Dessine, à droite, un représentant des vecteurs suivants :





$\vec{a} = \vec{AB} + \vec{BC}$

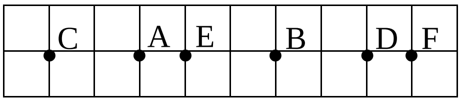
$\vec{b} = \vec{BA} + \vec{BC}$

$\vec{c} = \vec{CD} + \vec{CE}$

$\vec{d} = \vec{DE} + \vec{CE}$

$\vec{e} = \vec{DC} + \vec{EF}$

8. Procède comme pour l’exercice précédent. Cette fois les points A, B, …, F sont alignés.



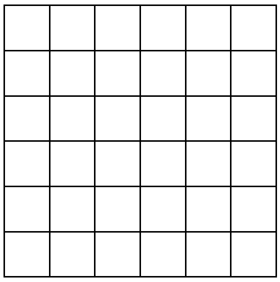
$\vec{a} = \vec{AB} + \vec{BC}$

$\vec{b} = \vec{AB} + \vec{CE}$

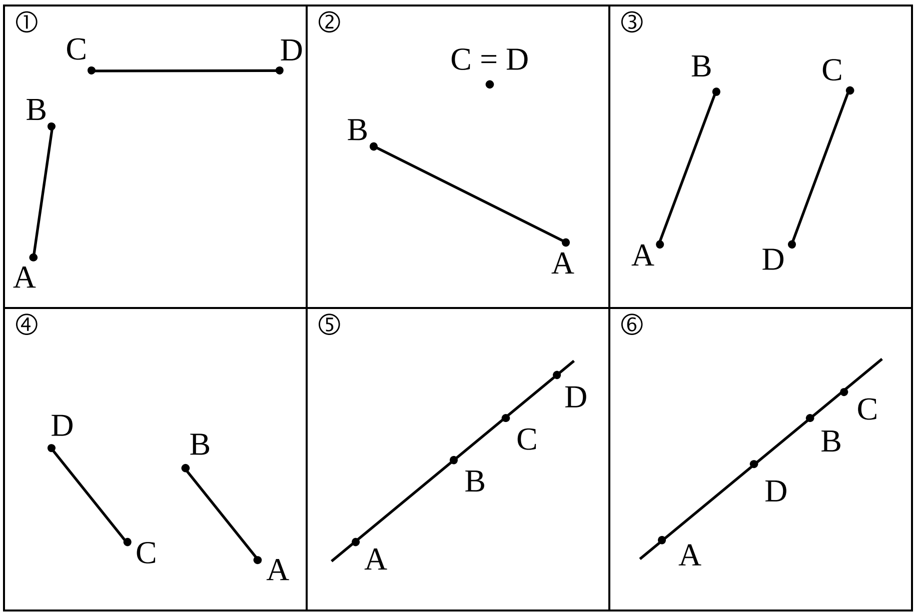
$\vec{c} = \vec{DE} + \vec{CE}$

$\vec{d} = \vec{BA} + \vec{BF}$

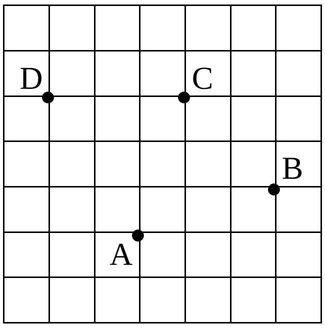
$\vec{e} = \vec{FB} + \vec{AC}$



9. Détermine $\vec{AB} + \vec{CD}$ dans les situations suivantes :



10. Dessine, à droite, un représentant des vecteurs indiqués :

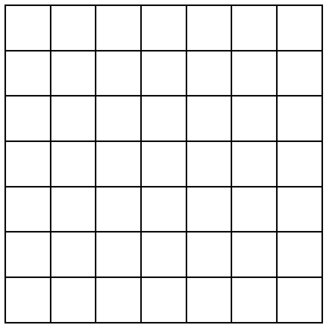


$\vec{a} = \vec{AB} - \vec{CB}$

$\vec{b} = \vec{AB} - \vec{CD}$

$\vec{c} = \vec{AB} - \vec{AC}$

$\vec{d} = \vec{AB} - \vec{CB} - \vec{DC}$

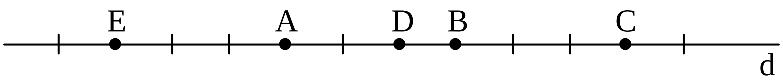


11. A, B et C étant 3 points non alignés. Les vecteurs suivants sont-ils parallèles ? Pourquoi ?

1) $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ 3) $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ 5) $\vec{AB}$ et $-\vec{AB}$

2) $\vec{AA}$ et $\vec{AB}$ 4) $\vec{AB}$ et $\vec{BA}$ 6) $\vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{AB} - \vec{AC}$

12. la graduation de la droite d est régulière :

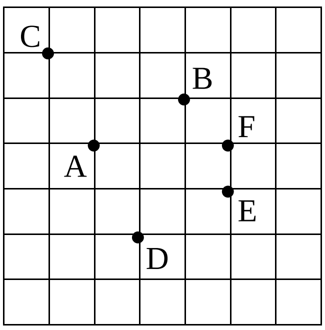


a) Complète : $\vec{AC} = \ldots\ldots \vec{AB}$ $\vec{BC} = \ldots\ldots \vec{AE}$ $\vec{AD} = \ldots\ldots \vec{CE}$

$\vec{DA} = \ldots\ldots \vec{BC}$ $\vec{DB} = \ldots\ldots \vec{AB}$

b) Place les points M, N et P tels que : $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$; $\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{DC}$; $\vec{PE} = \frac{1}{3}\vec{BA}$

13. Dessine, à droite, un représentant des vecteurs indiqués :



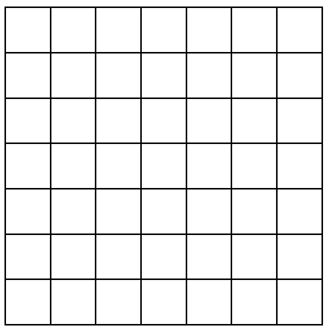
$\vec{a} = -2\vec{AC}$

$\vec{b} = 2\vec{AB} + \vec{AD}$

$\vec{c} = 2\vec{ED} + 3\vec{EF}$

$\vec{d} = \vec{DF} - 2\vec{BE}$

$\vec{e} = \vec{BC} - 2\vec{FB} - \frac{2}{3}\vec{FA}$



14. a) Pour chaque couple de composantes, détermine k pour que les vecteurs soient parallèles :

1) $\vec{u} = (3,-2)$ et $\vec{v} = (k, 1-k)$ 2) $\vec{u} = (3,-2)$ et $\vec{v} = (k,4)$ 3) $\vec{u} = (2,k)$ et $\vec{v} = (k,8)$

b) On donne les vecteurs $\overrightarrow{OD}\ (4,-2)$, $\overrightarrow{OB}(2w,3)$ *et* $\overrightarrow{OA}(2,-3)$.

Détermine w pour que les vecteurs $\overrightarrow{OD}$ *et* $\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$ soient parallèles.

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{OE}$ si on sait que le point A est le milieu du segment [ED]?

15. a) Dans un repère du plan, on donne : A(–4,2) B(3,–3) C(–2,0) D(–3,–2)

Calcule les composantes et la norme des vecteurs suivants …

1) $\overrightarrow{AC} =$ 2) $-\overrightarrow{BC} =$ 3) $2\overrightarrow{BD} =$ 4) $\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BD} =$

b) Simplifie l'expression suivante en indiquant les propriétés utilisées.

$2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} =$

16. Ecris une égalité vectorielle permettant de traduire que MNPQ soit un trapèze.

17. Vrai ou Faux ? **Justifie** chaque fois.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ où ABCD est un parallélogramme.
b) Si $2\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{NP}$ alors M, N et P sont alignés.

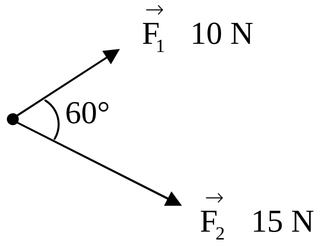
18. Soient les points du plan R(1,-5), S(0,-3), T(2,1), U(3a,-7) et V(-2,3).

a) **Construis** en vert le vecteur $3\overrightarrow{RS} - \frac{1}{2}\overrightarrow{TV}$. (**Note** les étapes de ta construction)

b) **<u>Calcule</u>** (!!) la coordonnée du point A tel que $\overrightarrow{TA} = 3\overrightarrow{RS} - \frac{1}{2}\overrightarrow{TV}$. (**Vérifie** ensuite sur ton repère)

c) **Détermine,** par calcul vectoriel, la valeur du paramètre *a* pour que les droites RU et SV soient parallèles.
d) **Calcule** la coordonnée de B pour que VSTB soit un parallélogramme.

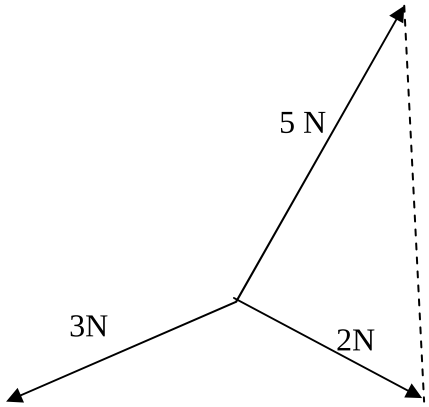
19. Un mobile, soumis à l'action de plusieurs forces, est en équilibre lorsque la résultante de ces forces est nulle. Dessine la force $\overrightarrow{F_3}$ que l'on doit ajouter aux deux premières forces pour que le mobile placé en O soit en équilibre :



Calcule ensuite son intensité :

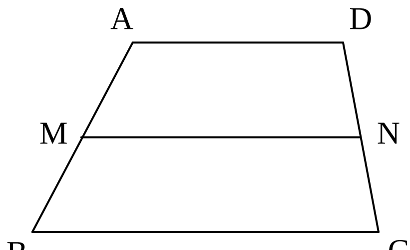
20. Soient les forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ *et* $\vec{F_3}$ dont les intensités valent respectivement 5N, 3N et 2N.

Trace un vecteur annulant ces forces.

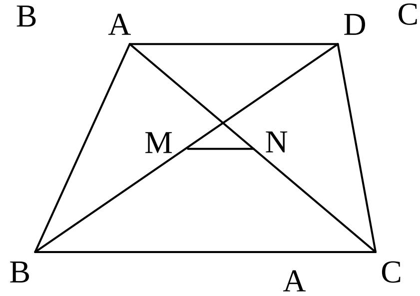


21. Démontre les énoncés suivants:

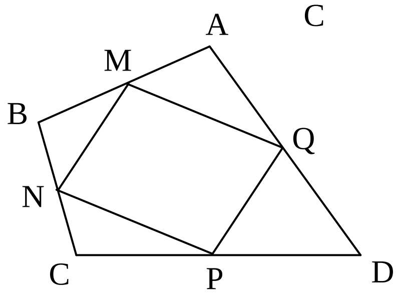
1) Démontre que dans tout trapèze, le segment qui joint les milieux des côtés reliant les bases est parallèle aux bases et en vaut la demi-somme.



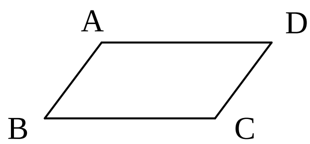
2) Justifie que, dans tout trapèze, le segment qui joint les milieux des diagonales est parallèle aux bases et sa longueur vaut la demi-différence de celle-ci.



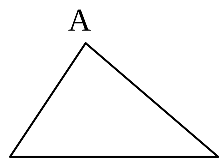
3) Montre que les milieux des côtés consécutifs de n'importe quel quadrilatère sont les sommets d'un parallélogramme.



4) Dans un parallélogramme ABCD, on détermine les points P et Q tels que $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DQ}$.
Démontre que C, P et Q sont alignés.



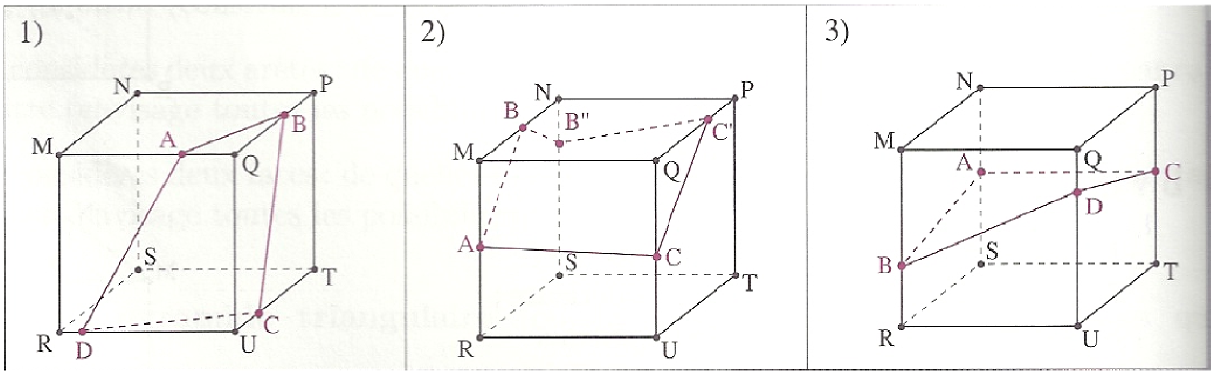
5) On donne un triangle ABC et le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.
Si M est le milieu de $[BD]$ et si P est le point pour lequel $\overrightarrow{BP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, montre que P est le milieu de $[AM]$.



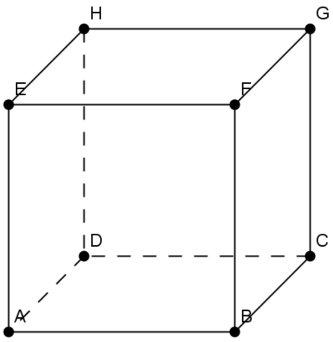
6) Montre que les droites AB et CD sont parallèles sachant que $3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{BD} = \vec{0}$

7) Soit A,B,C trois points du plan tels que $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{5}(\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB})$. Montre que A, B, C sont alignés.

1. Voici des cubes. Chacun est coupé par un plan ABC et une section a été dessinée. Critique ces solutions.

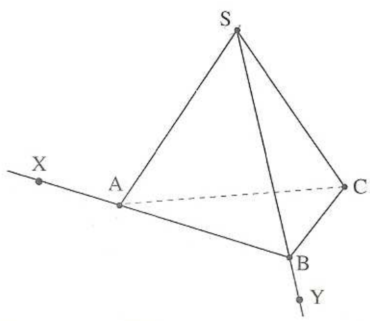


2. Dans le cube suivant, donne
    - deux droites sécantes ;
    - deux droites gauches ;
    - deux plans sécants ;
    - deux plans parallèles.

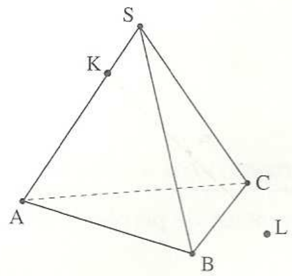


3. Détermine l’intersection de la droite d et du plan α et explique tes constructions.

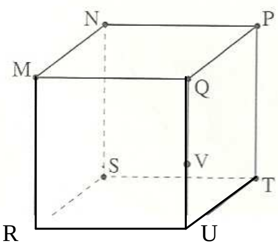
1) α est le plan SAC et d = XY
(X ∈ [AB] et Y ∈ [SB])



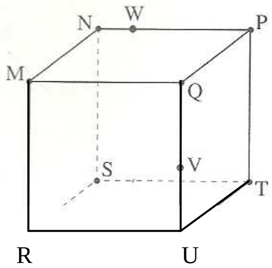
3) α = SBC et d = KL
(K ∈ [AS] et L ∈ ABC)



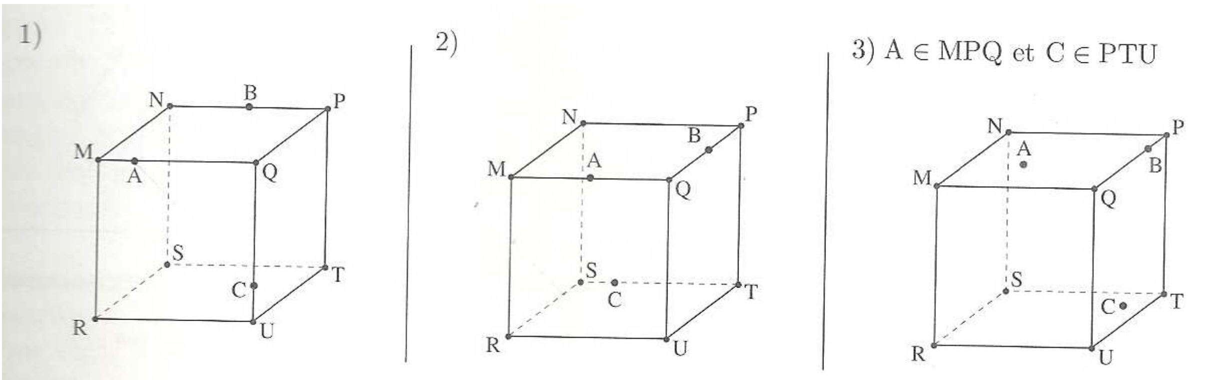
2) α = RST et d = NV (V ∈ [QU])



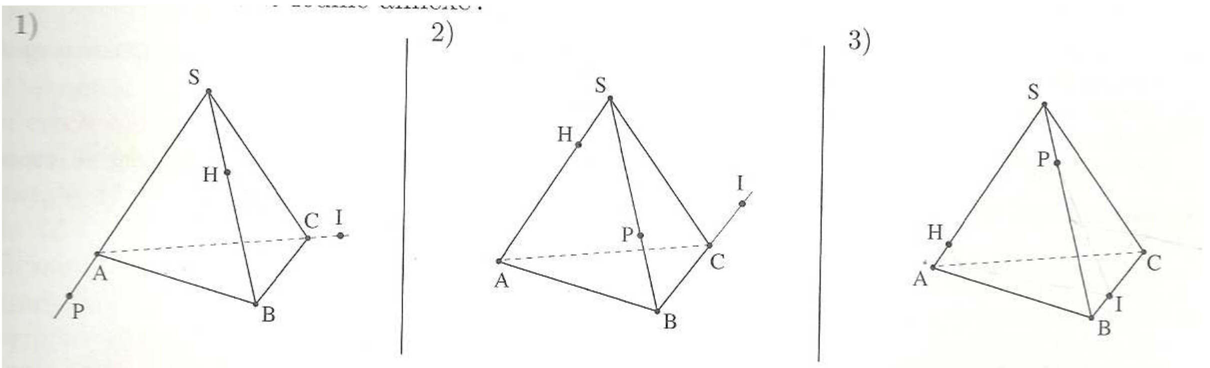
4) α = RST et d = VW (V ∈ [QU] et W ∈ [NP])



4. On donne un cube et un plan ABC. Recherche, dans chaque cas, l’intersection du cube et du plan ABC en justifiant tes constructions.

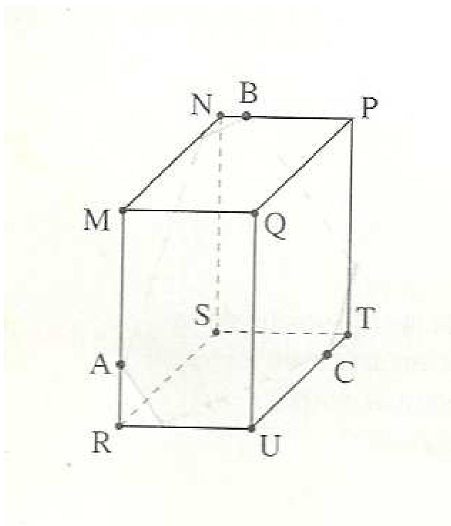


5. On donne un tétraèdre et un plan PHI. Recherche, dans chaque cas, l’intersection du solide et du plan PHI en justifiant tes constructions.

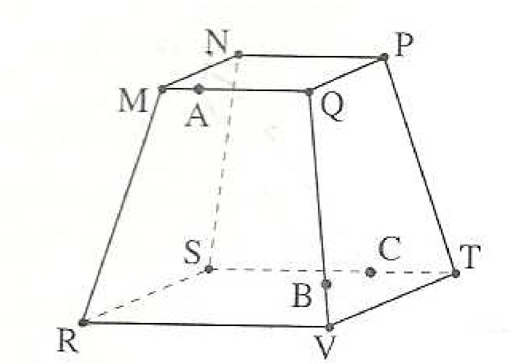


6. Détermine la section du solide par le plan ABC. Justifie.

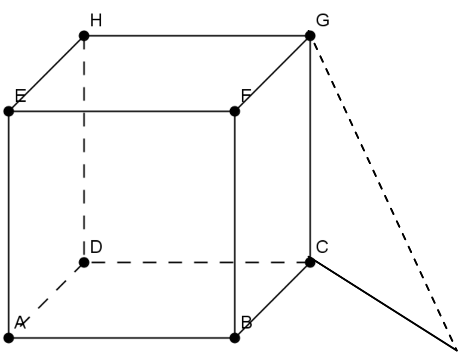
a)



b)



7. Détermine l’ombre au soleil du cube suivant dont l’ombre d’une arête est déjà donnée.



1. Un professeur de mathématiques, très clément, décide d'ajouter un point à chacune des 5 interrogations d'un élève. La moyenne de cet élève
    - ne change pas ;
    - augmente d'un point ;
    - augmente de 5 points.

   Choisis la bonne réponse et justifie.

2. Vrai ou Faux ? Justifie ou écris un contre-exemple :
   a) La fréquence d'une modalité est un nombre compris entre o et 1.
   b) La somme des effectifs est égale à l'effectif total.
   c) Le carré de la variance est égal à l'écart-type.
   d) La moyenne sépare la population en deux sous-ensembles de même effectif.
   e) la moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande des valeurs.
   f) La variance de la série -1, 0 , 1 est nulle.

3. Arthur a obtenu au cours de mathématiques les cotes (sur 20) suivantes :
   17 ; 13 ; x ; 12 ; 08 ; 13.
   Peux-tu déterminer la valeur de x si on t'informe que sa moyenne est 13 sur 20 ?

4. Lors d'un recensement, on a relevé le nombre de pièces habitables par logement dans une ville de Flandre. Les résultats sont les suivants :

nombres de pièces	fréquences (en %)
1	2,2
2	8,1
3	20,3
4	28,1
5	29,4
6	11,9

   a) Sachant que, dans cette ville, 2950 foyers ont participé à ce recensement, trouve les effectifs arrondis à l'unité de cette série statistique.
   b) Trace le polygone des effectifs cumulés et représente en-dessous son diagramme en boîte.
   c) Calcule la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ.
   d) Détermine le pourcentage de la population pour lequel le nombre de pièces habitables est dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$.

5. En 2002, on a étudié les précipitations dans les villes de Bruxelles et de Paris, cette étude a été réalisée sur une période d'un an. Les mesures sont exprimées en millimètres.

Mois	Bruxelles	Paris
Janvier	71,3	60,4
Février	62,3	54,7
Mars	57,3	67,2
Avril	63,5	54,2
Mai	49,6	43,2
Juin	34,3	23,2
Juillet	25,2	18,6
Août	13,9	18,2
Septembre	33,5	29,6
Octobre	49,8	54,2
Novembre	52,3	52,2
Décembre	64,5	65,7

   a) Dans quelle ville pleut-il le plus en moyenne ?
   b) Quelle est la ville dans laquelle les précipitations sont les plus régulières ? Justifie (en t'aidant des polygones et des paramètres de chaque ville)

6. Un relevé des durées des communications téléphoniques par GSM effectuées dans un central téléphonique a fourni les informations consignées dans le tableau suivant (l'unité de durée utilisée dans cette étude est la minute) :

intervalle de durée	effectifs
[0,2[	98
[2,4[	112
[4,6[	175
[6,8[	105
[8,10[	119
[10,12[	91

a) Détermine le nombre de relevé effectués.
b) Représente graphiquement cette série statistique par un histogramme et son diagramme en boîte.
c) Regroupe ensuite les deux premières classes en la classe [0,4[; fais de même pour les classes [4,6[; [6,8[; etc.
d) Trace l'histogramme et le diagramme en boîte correspondant sur la représentation précédente mais en utilisant une couleur différente.
e) Calcule la moyenne et l'écart-type pour les deux séries.
f) Compare tes résultats.
Vaut-il mieux regrouper ou plutôt dissocier afin d'obtenir des résultats plus précis ?

7. Lors des rencontres sportives internationales, on a relevé la taille, exprimée en cm, de 100 athlètes. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

tailles	effectifs
[165,170[	17
[170,175[	22
[175,180[	20
[180,185[	25
[185,190[	16

a) Calcule la moyenne, la classe modale, la médiane et les quartiles.

b) Trace le polygone des fréquences cumulées.

c) Calcule l'étendue, la variance et l'écart-type.

d) Les 10 % des athlètes les plus grands peuvent participer à l'épreuve du saut en hauteur. Détermine la taille exacte au-dessus de laquelle ils pourront participer à cette épreuve.